

Desviación de Allan ó Desviación de Estándar

por

J. Mauricio López R.
División de Tiempo y Frecuencia
Centro Nacional de Metrología



Desviación estándar:
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j)^2}$$

Desviación de Allan:
$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2} \langle (\Delta y)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2} \langle (y_{i+1} - y_i)^2 \rangle}$$

Donde

$\langle \rangle$ denota un promedio infinito

$$y_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{\tau}$$
 son desviaciones fraccionales de frecuencia

x_i Son diferencias de fase

El subcomité de *Estabilidad en Frecuencia* de la IEEE ha propuesto que el uso de la Varianza de Allan (o varianza de dos muestras) con el propósito de estandarizar los métodos de caracterización de osciladores

Barnes J.A., Chi A.R., Cutler L.S., Healey D.J., Leeson D.B., McCunigal T.E., Mullen J.A., Smith W.L., Sydnor R.L., Vessot R., Winkler G.M.R., Characterization of frequency stability, IEEE Trans. Instrum. Meas., 1971, IM-20, pp 105-120

La Varianza Estándar



Es un buen estimador de la dispersión de valores en variables que son estacionarias (independientes del tiempo). Es ampliamente usada en la Metrología Eléctrica.



Hay ambigüedades, en ocasiones francas inconsistencias, cuando las variables son dependientes del tiempo o presentan ruidos no blancos.

La Varianza de Allan



Es un estimador de estabilidad en frecuencia que no presenta ambigüedades ni inconsistencias en la caracterización de osciladores



Internacionalmente es usada para caracterizar la estabilidad en frecuencia de osciladores



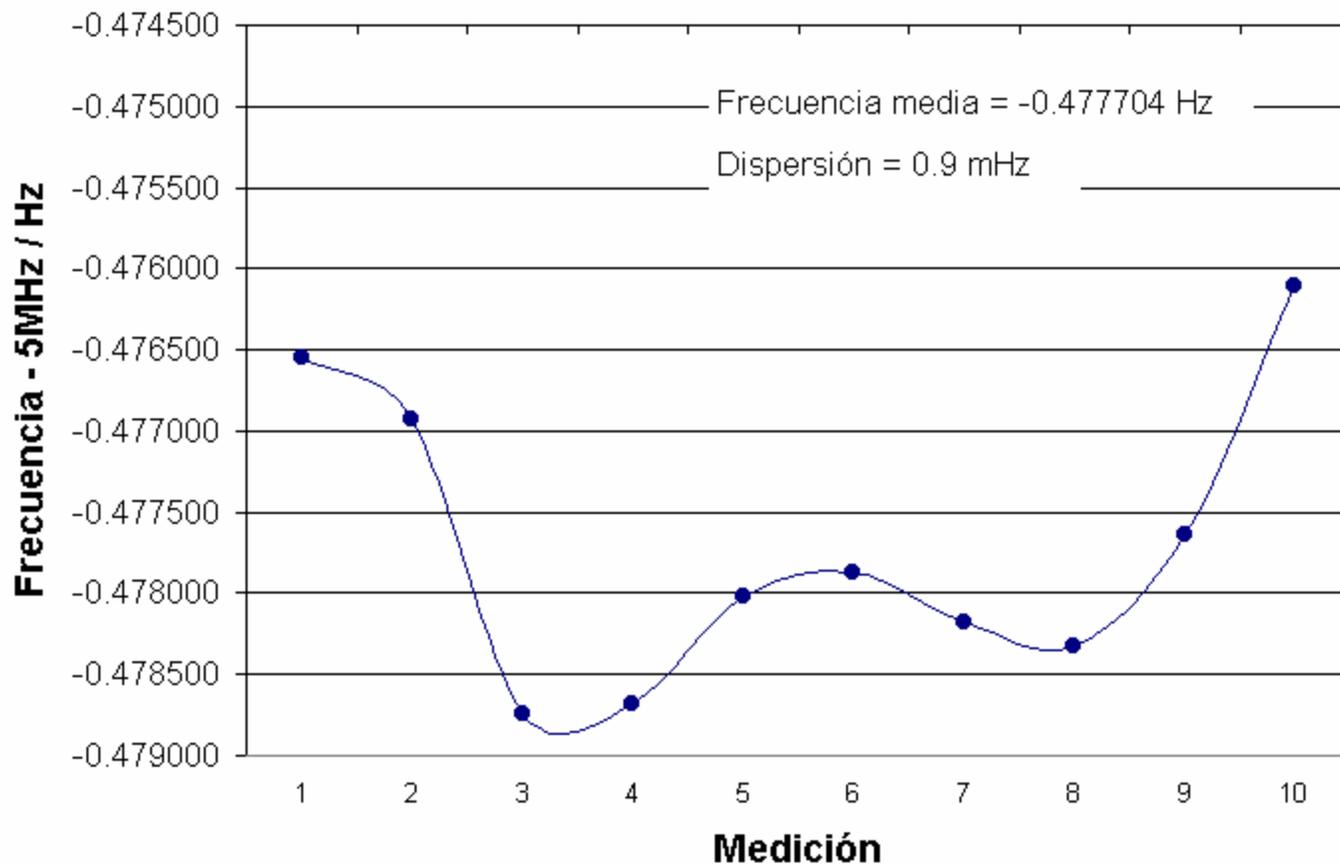
Requiere de la automatización de toma de mediciones

Algunos Ejemplos

El caso de un oscilador bien comportado

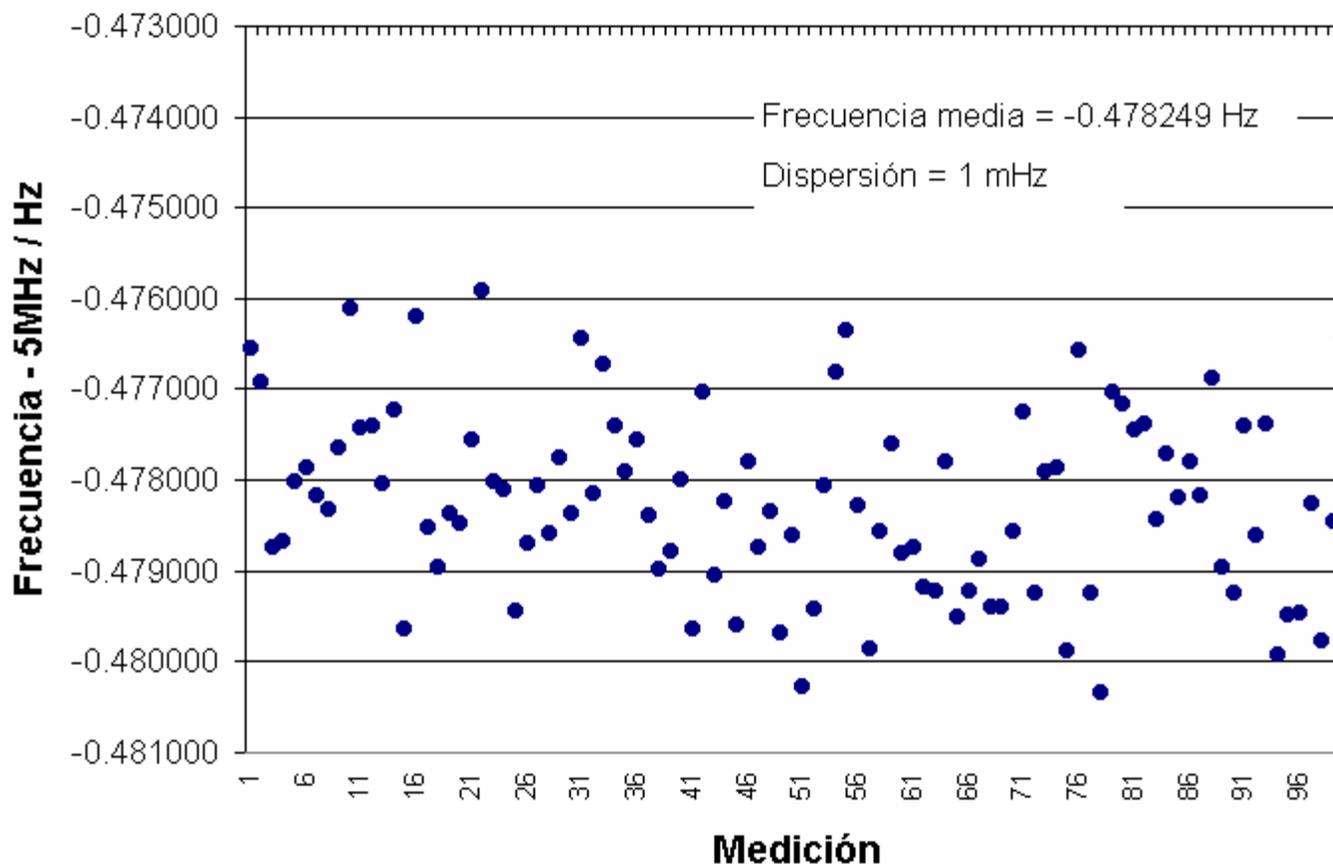
En los siguientes ejemplos se muestra la ambigüedad de los resultados obtenidos usando la varianza estándar como estimador de la inestabilidad en frecuencia de osciladores. Los datos mostrados en los ejemplos son mediciones reales en un proceso de calibración de un oscilador.

Mediciones de Frecuencia



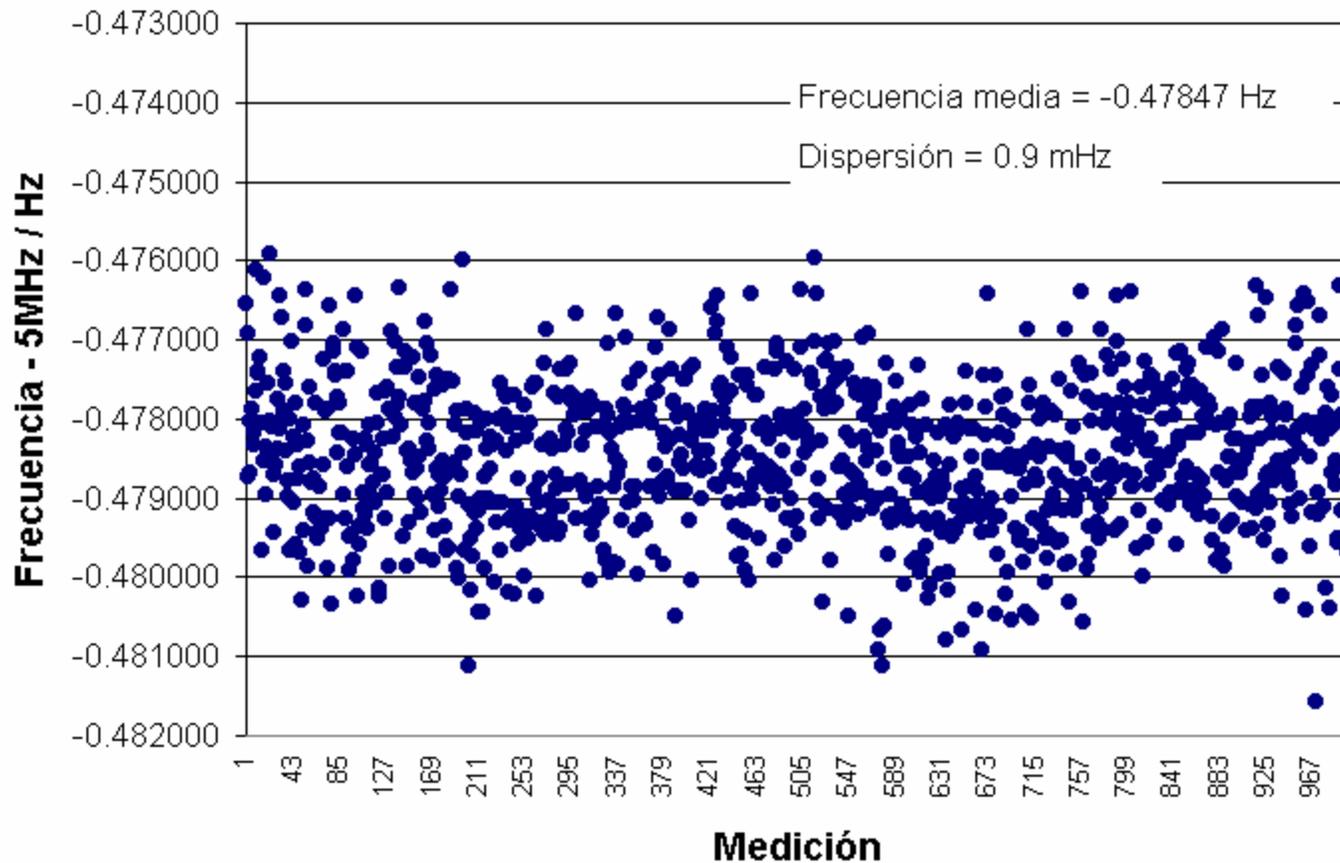
Las primeras diez mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen las siguientes 90 mediciones.

Mediciones de Frecuencia



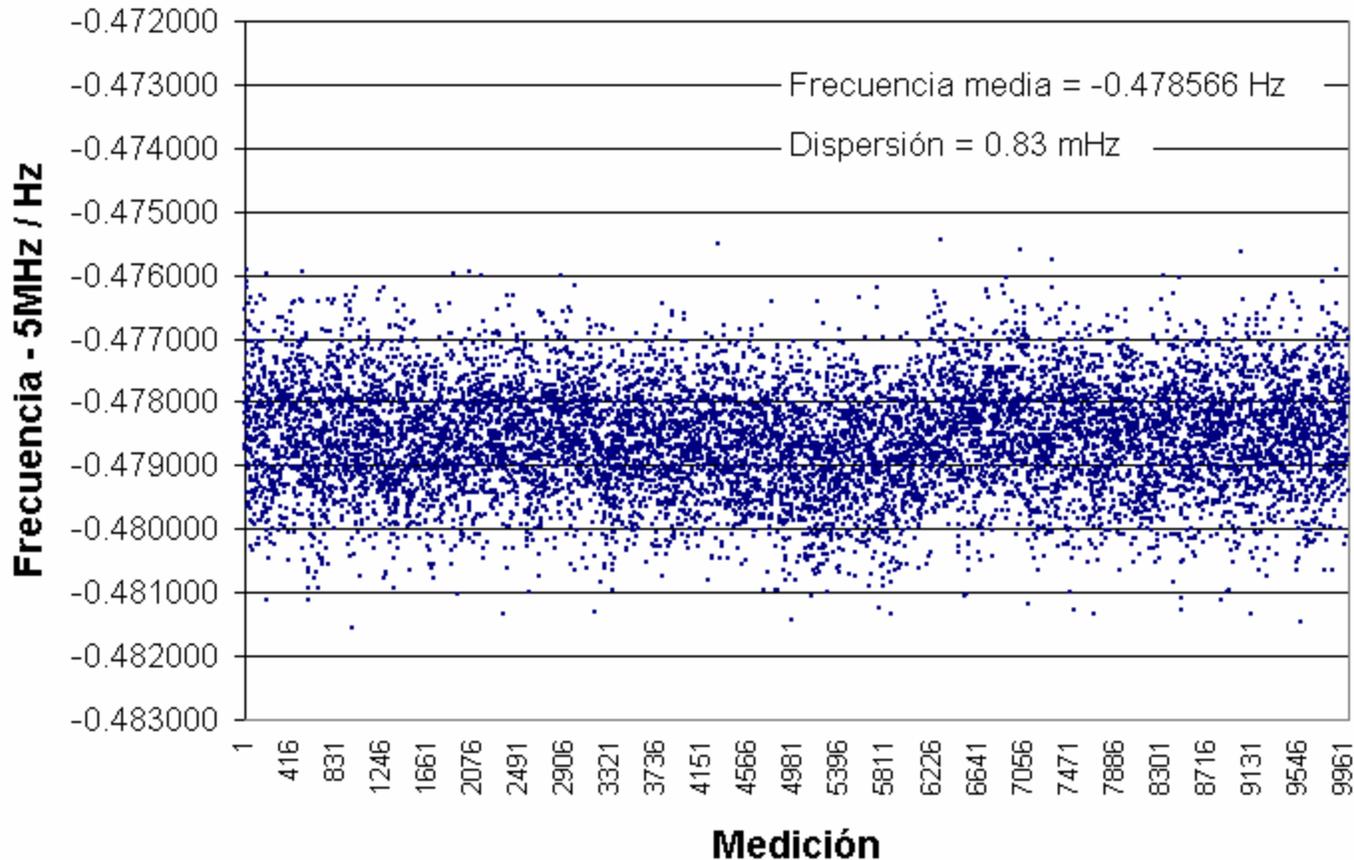
Las primeras 100 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen las siguientes 900 mediciones.

Mediciones de Frecuencia



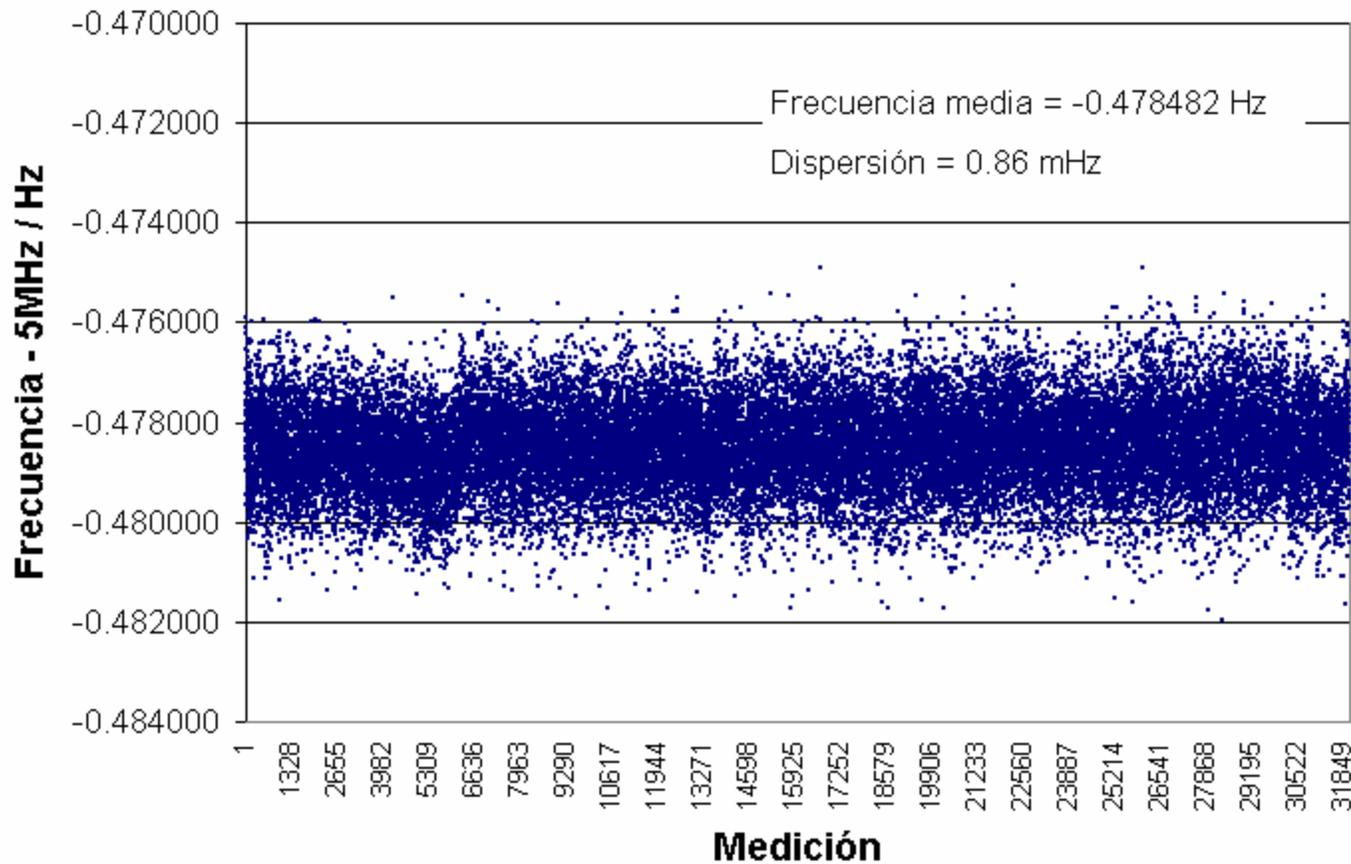
Las primeras 1000 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen las siguientes 9000 mediciones.

Mediciones de Frecuencia

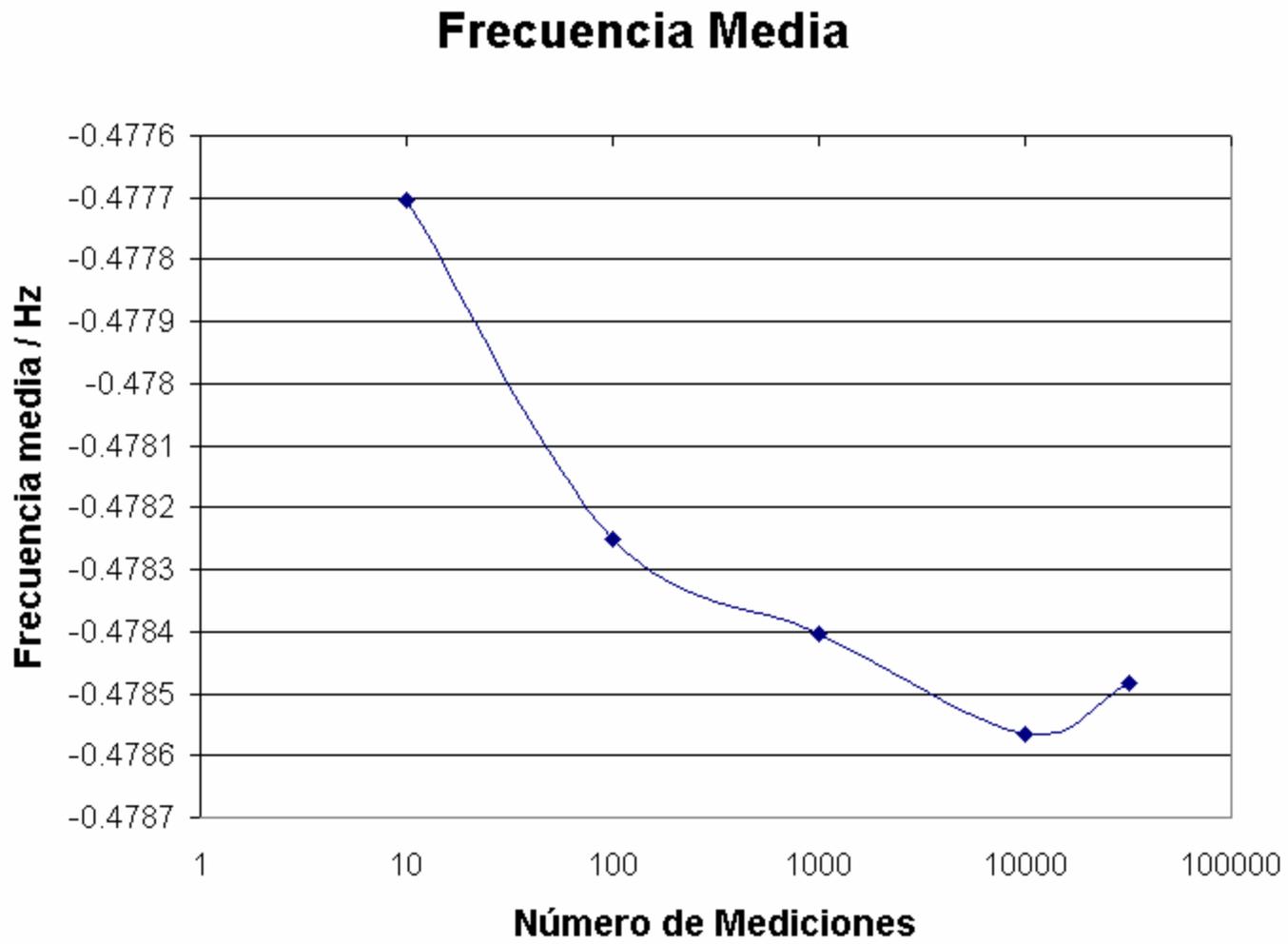


Las primeras 10000 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen más mediciones.

Mediciones de Frecuencia

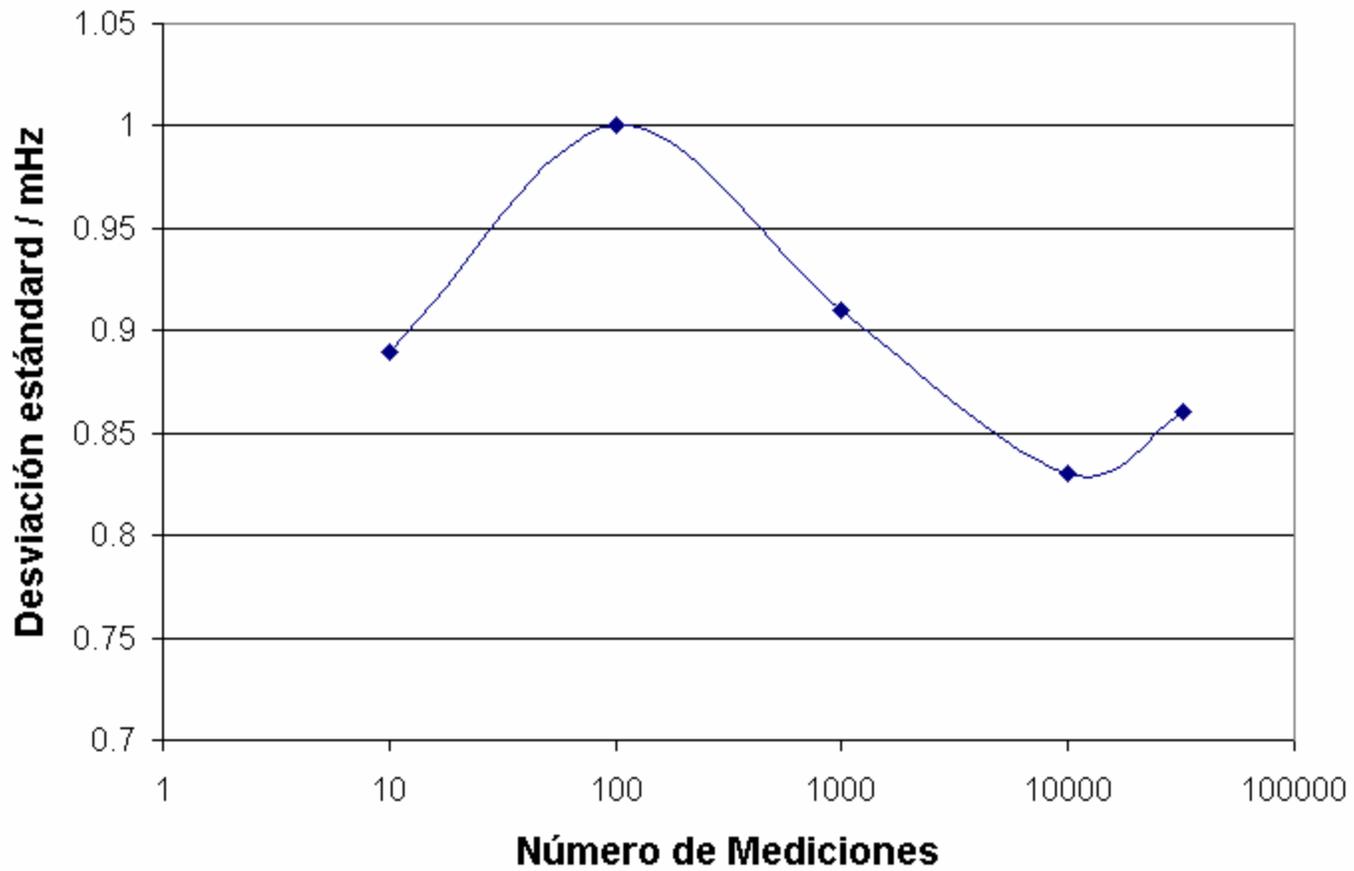


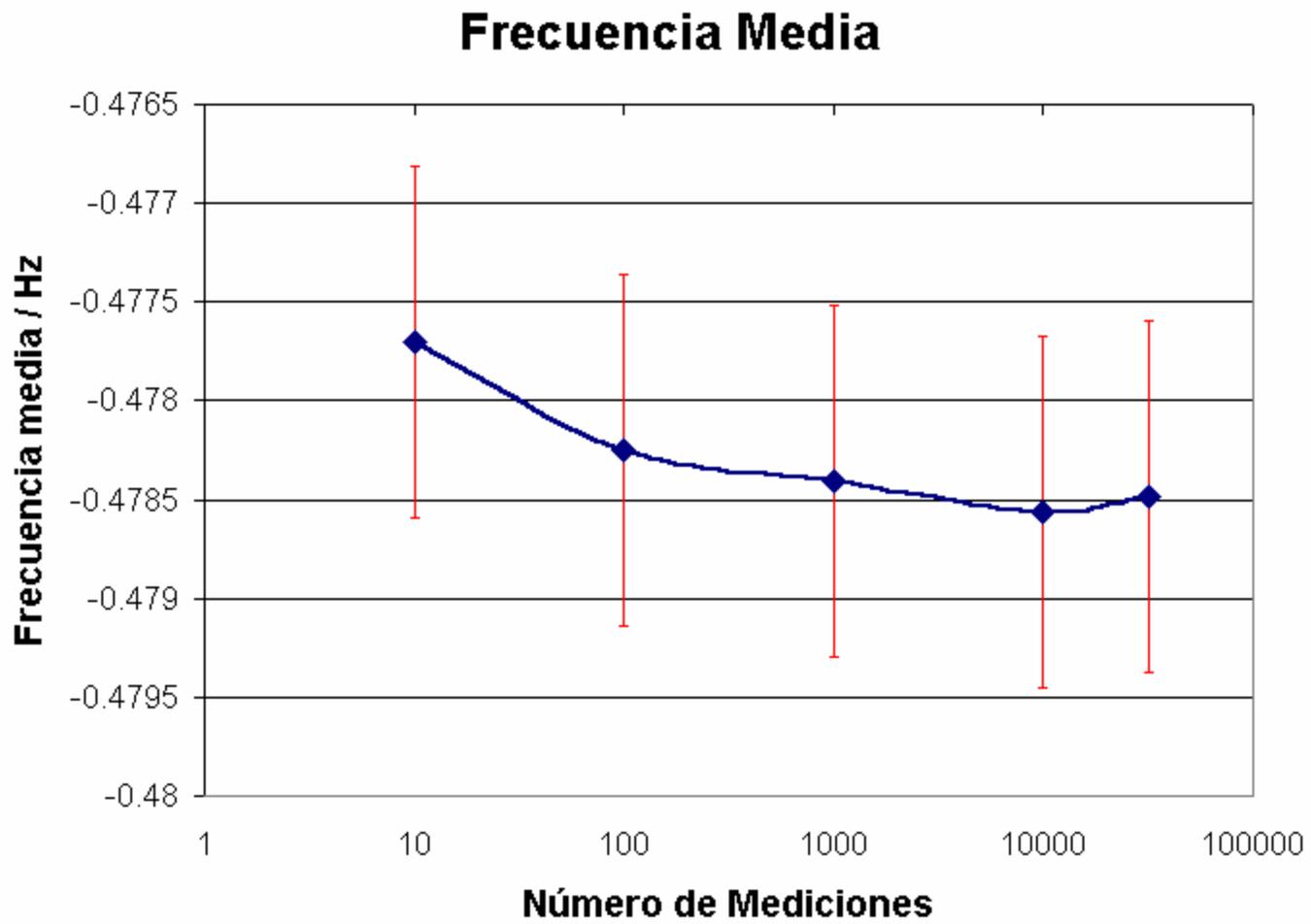
Las primeras 32000 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros puede ser distinto si se incluyen más mediciones.



Desviación de Frecuencia

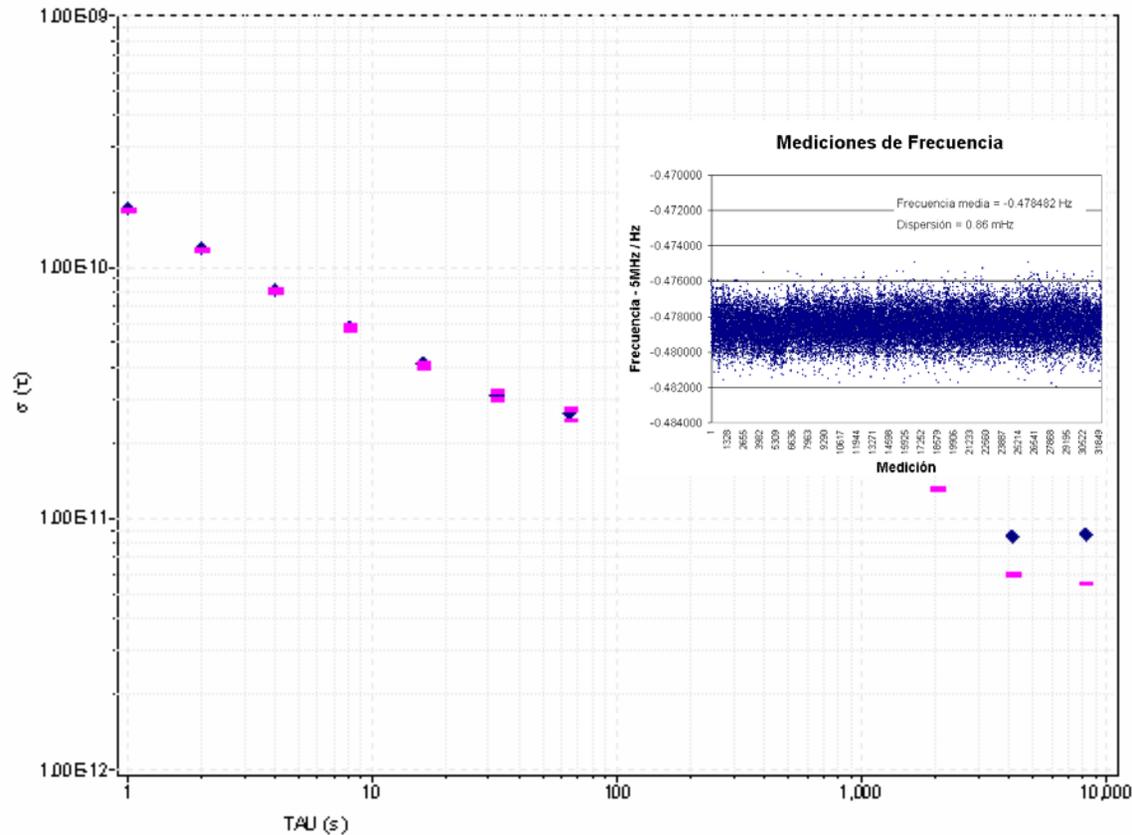
Estimada con la desviación estándar





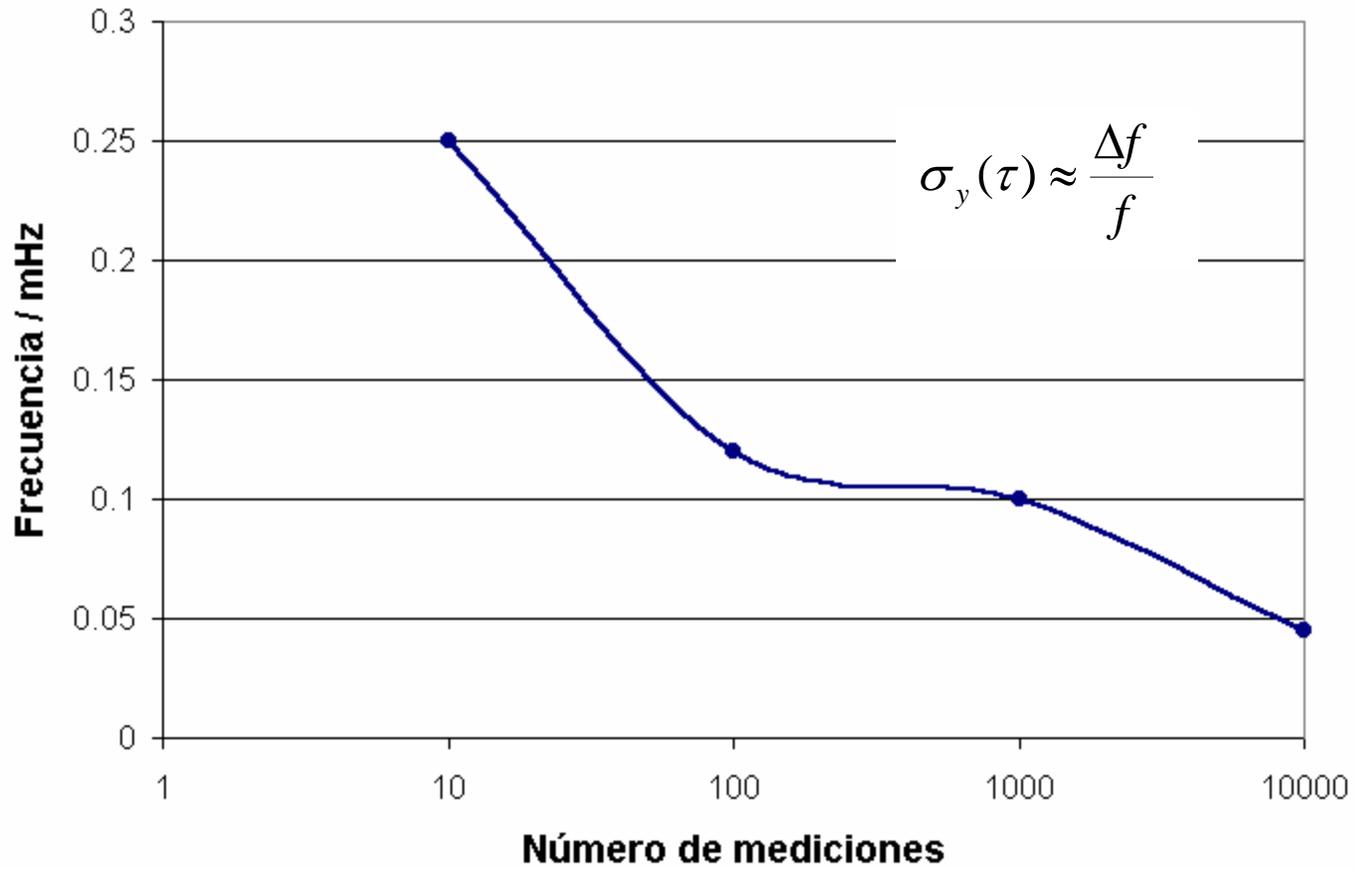
A continuación se estima la dispersión de frecuencia del oscilador utilizando la desviación de Allan como estimador.

RAÍZ DE LA VARIANZA DE ALLAN
FIGURA 3

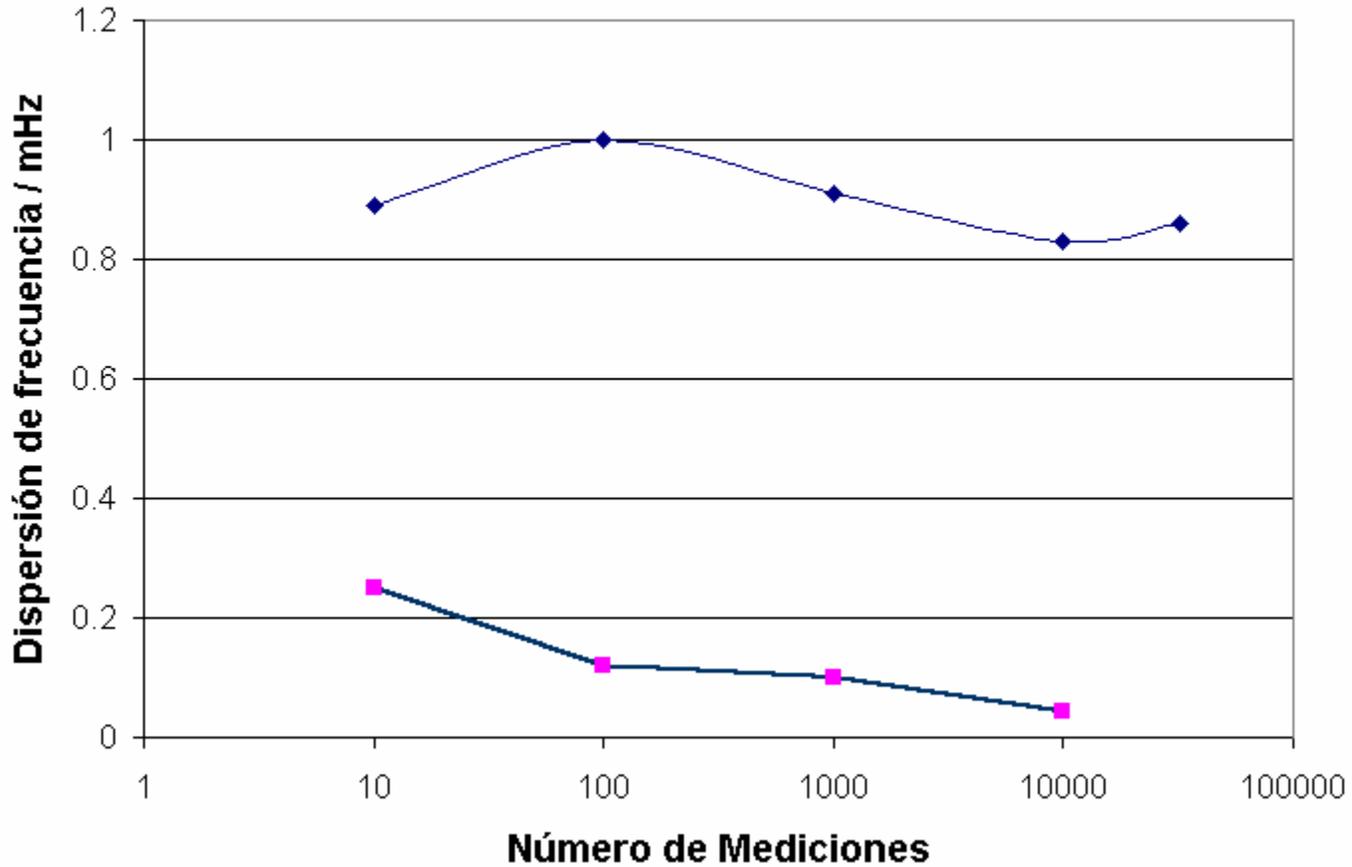


A diferencia de la desviación estándar, los valores de la desviación de Allan son independientes del tamaño de la muestra de mediciones. Más aún, son independientes del momento en que se toman las mediciones. Estas dos propiedades hacen de la desviación de Allan un estimador de la inestabilidad de frecuencia libre de ambigüedades.

Dispersión en frecuencia



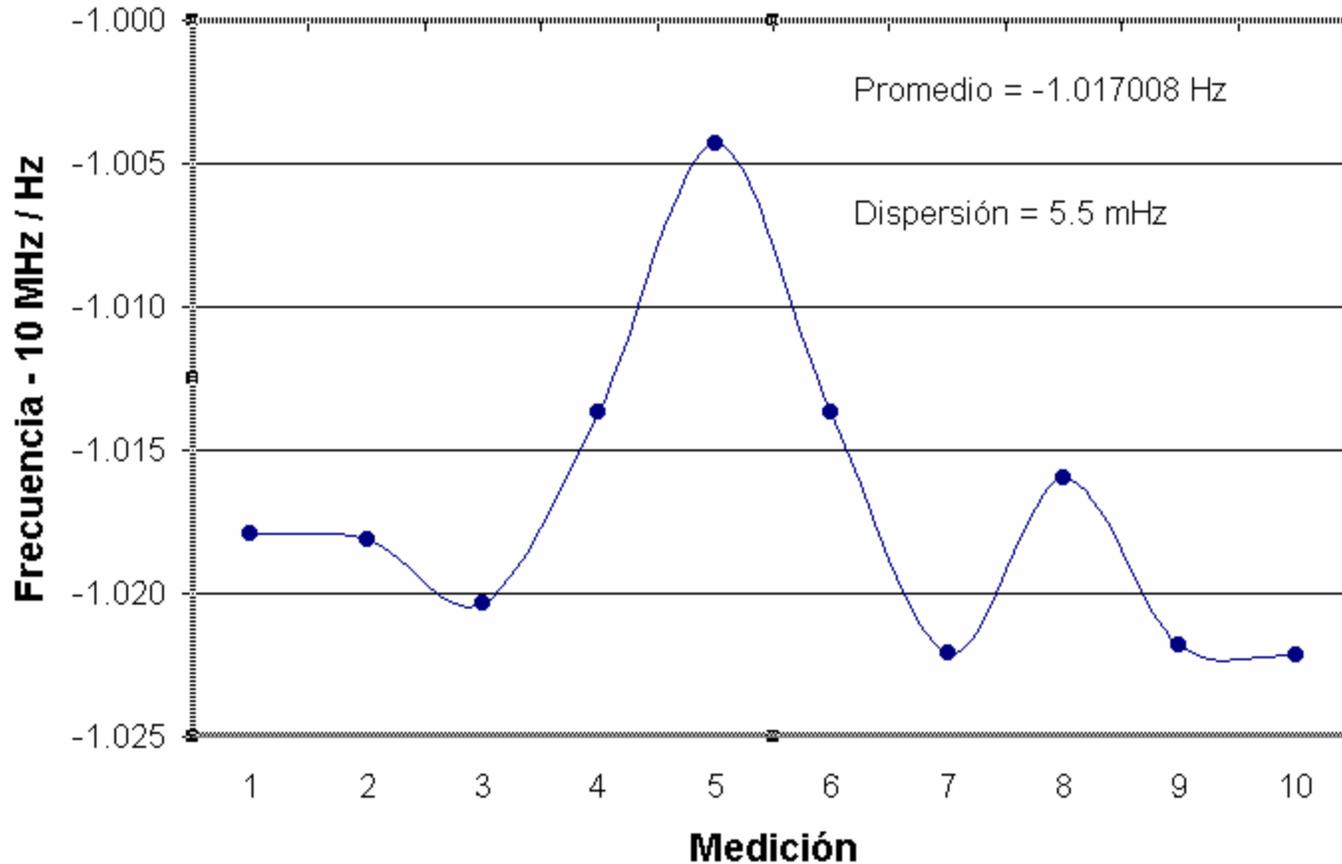
Desviación de Frecuencia



Comparación entre las estimaciones de dispersiones de frecuencias usando la desviación estándar y la desviación de Allan al mismo conjunto de mediciones.

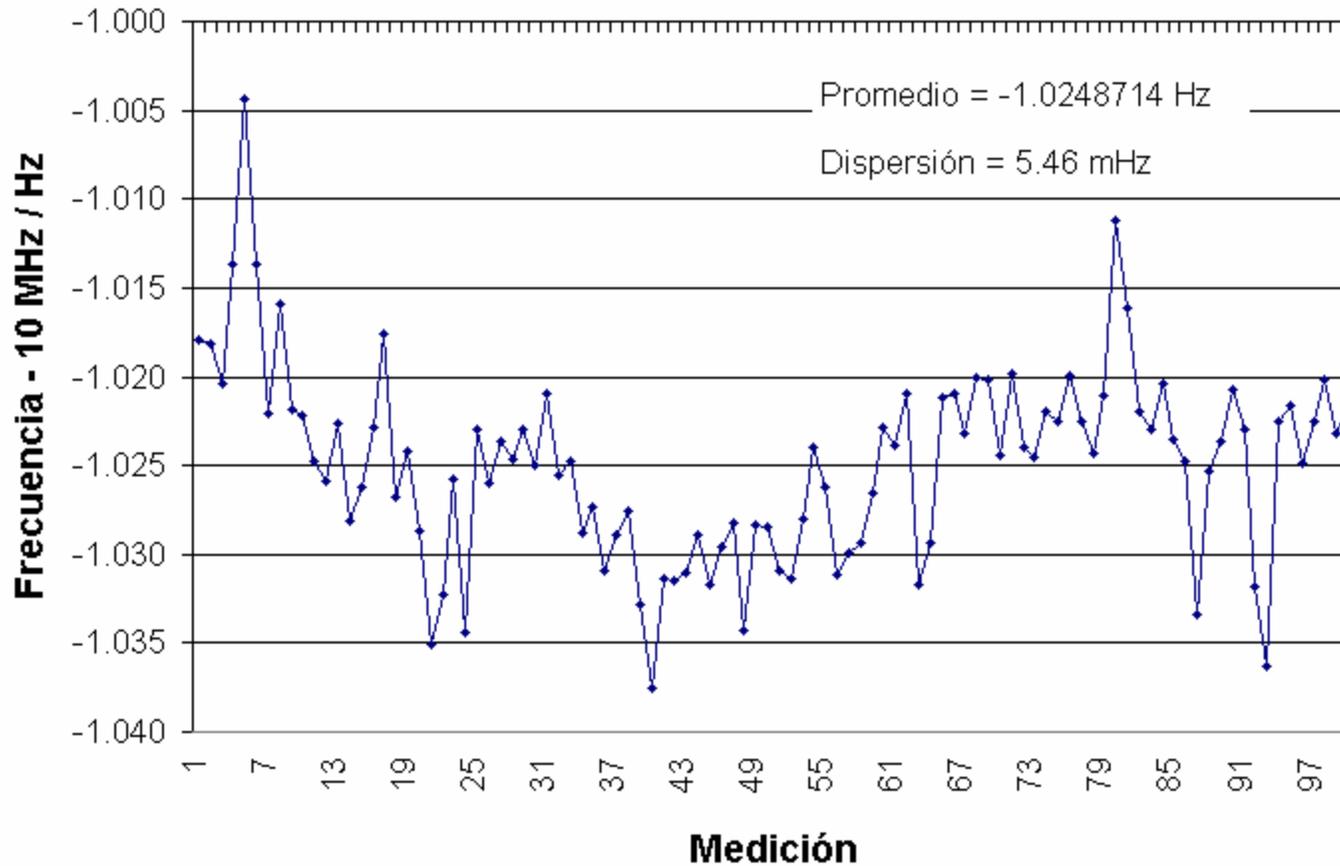
El caso de un oscilador de no buen comportamiento

Medición de Frecuencia



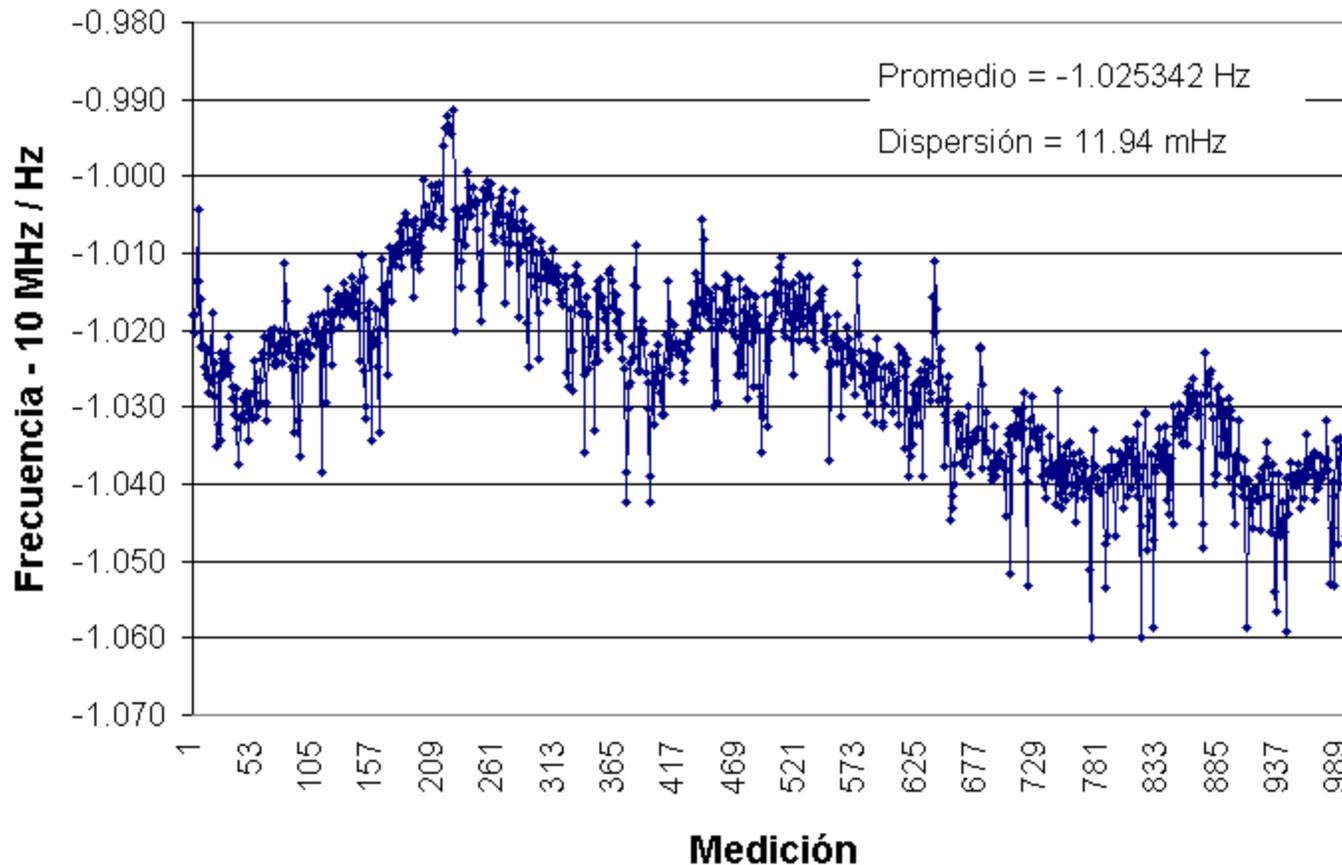
Las primeras diez mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen las siguientes 90 mediciones.

Medición de Frecuencia



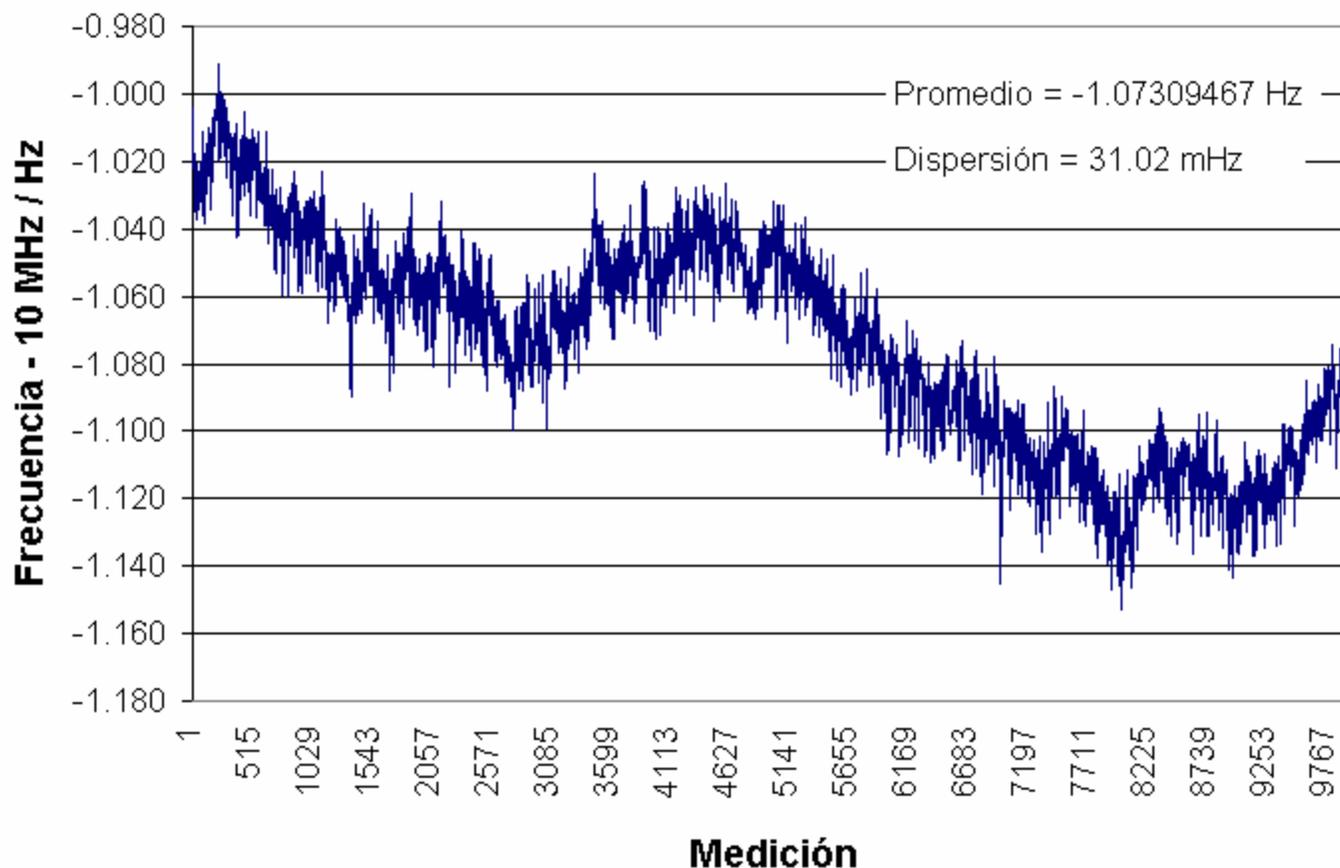
Las primeras 100 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen las siguientes 900 mediciones.

Medición de Frecuencia



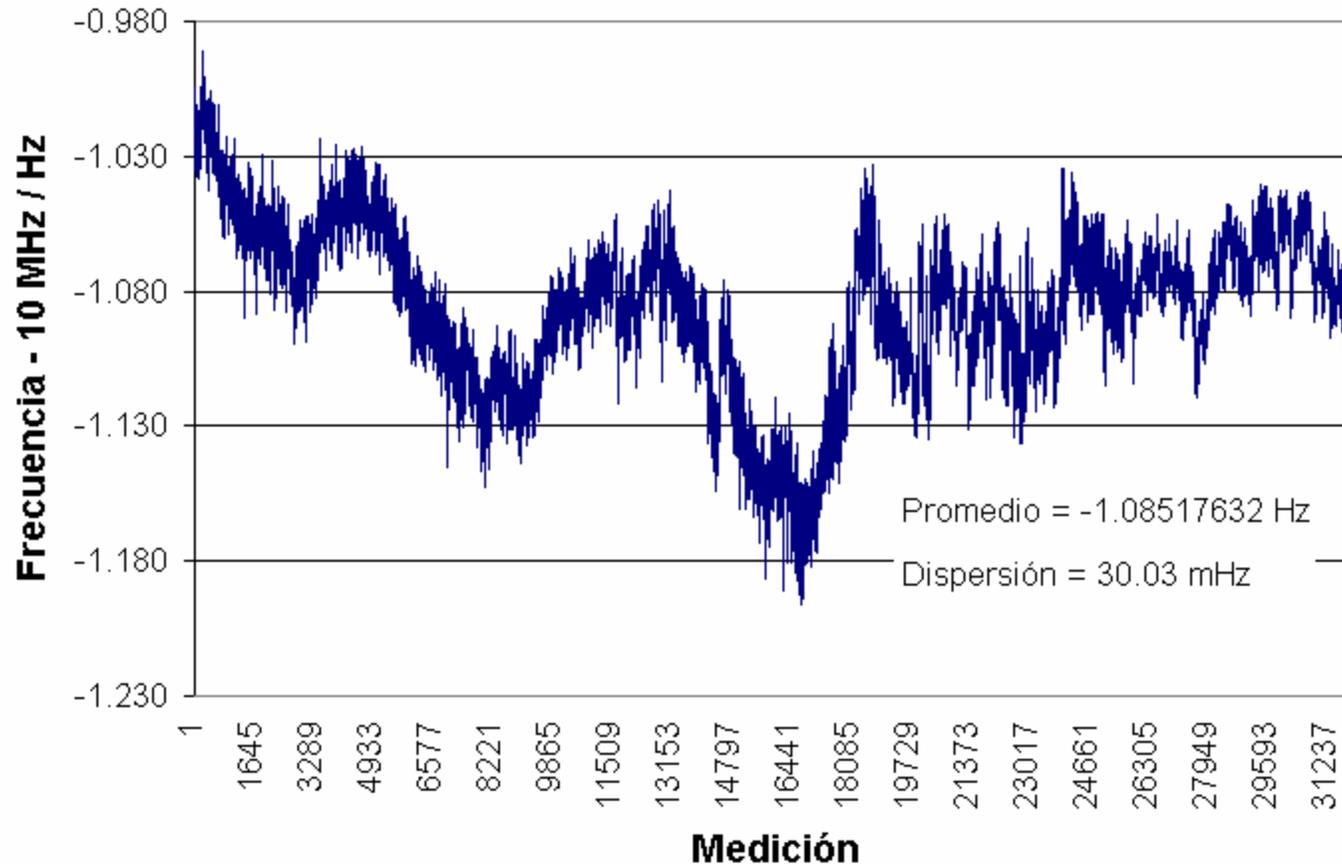
Las primeras 1000 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen las siguientes 9000 mediciones.

Medición de Frecuencia

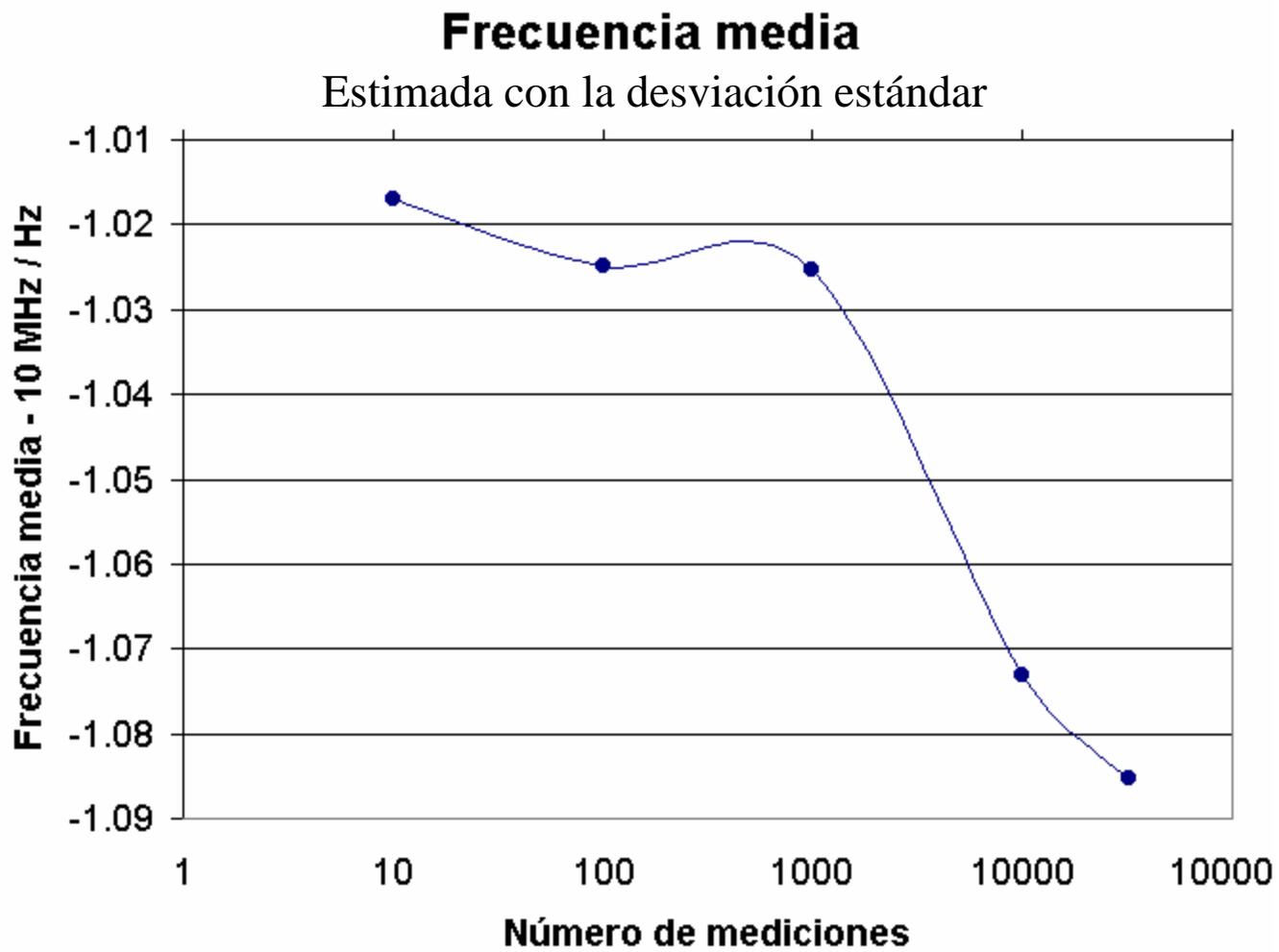


Las primeras 10000 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros es distinto si se incluyen más mediciones.

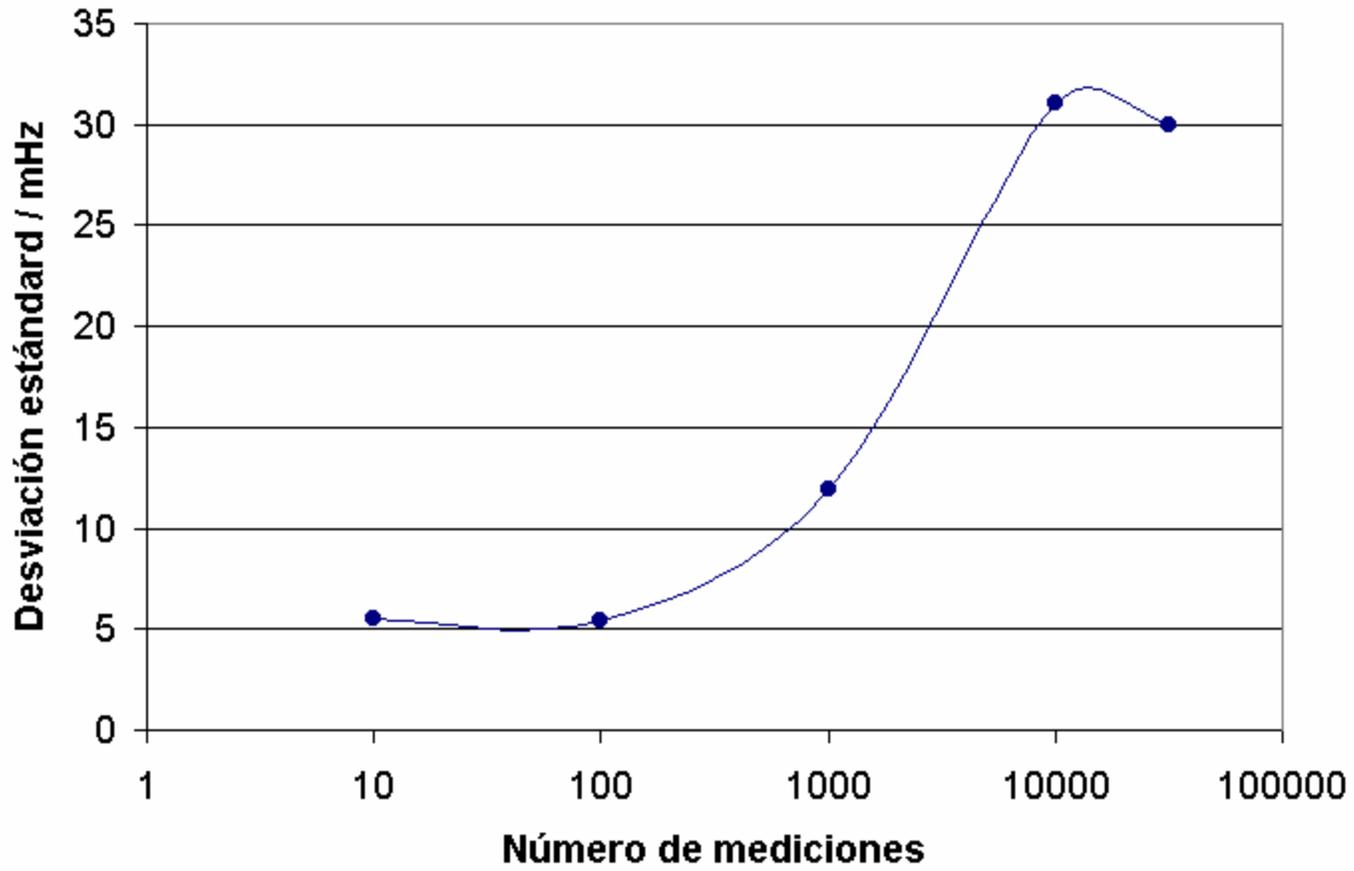
Medición de Frecuencia

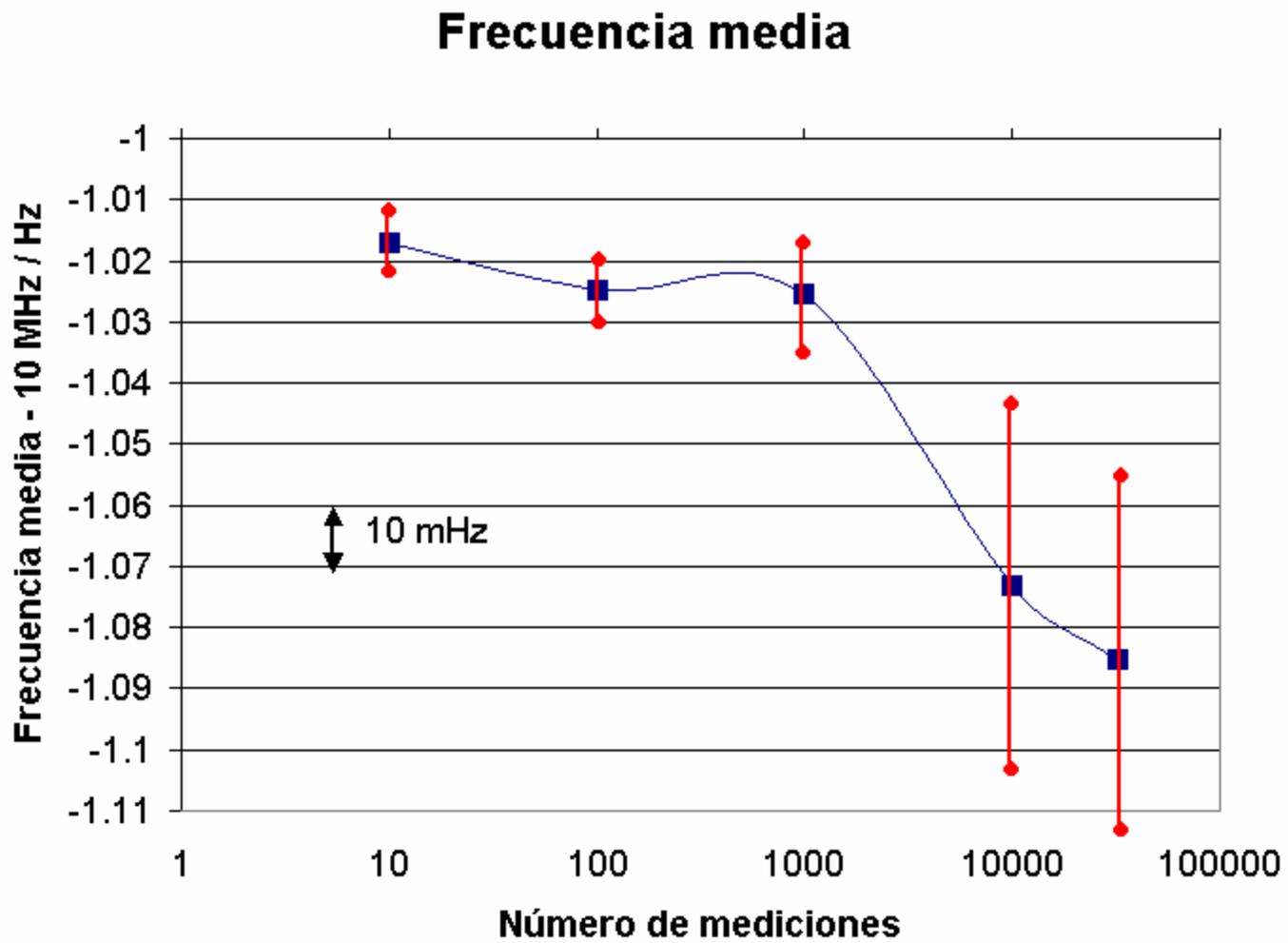


Las primeras 32000 mediciones durante un proceso de calibración de un oscilador. De este conjunto de mediciones se puede estimar la frecuencia media y la varianza estándar e incluirlos en el reporte de calibración como parte de los resultados. Sin embargo, tanto la frecuencia media como la varianza estándar dependen del número de mediciones realizadas. El resultado para estos dos parámetros puede ser distinto si se incluyen más mediciones.



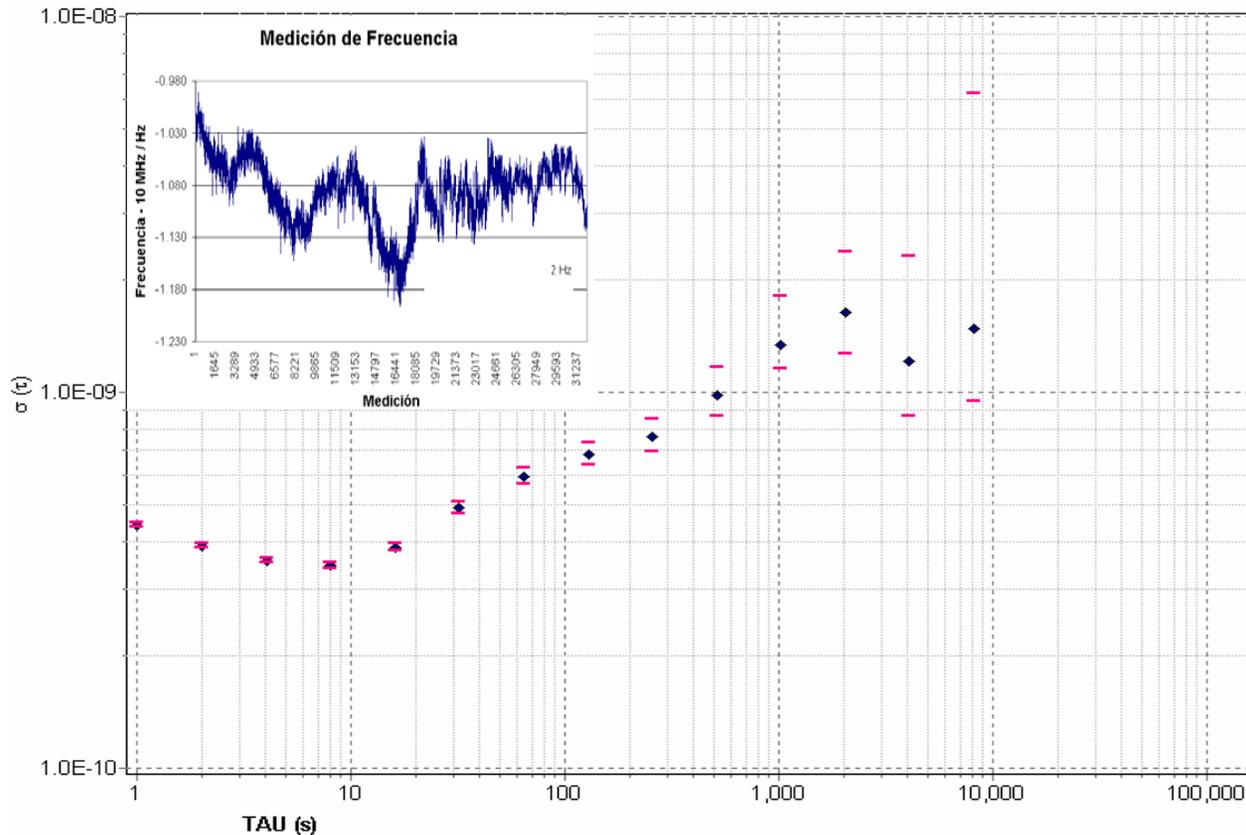
Desviación estándar





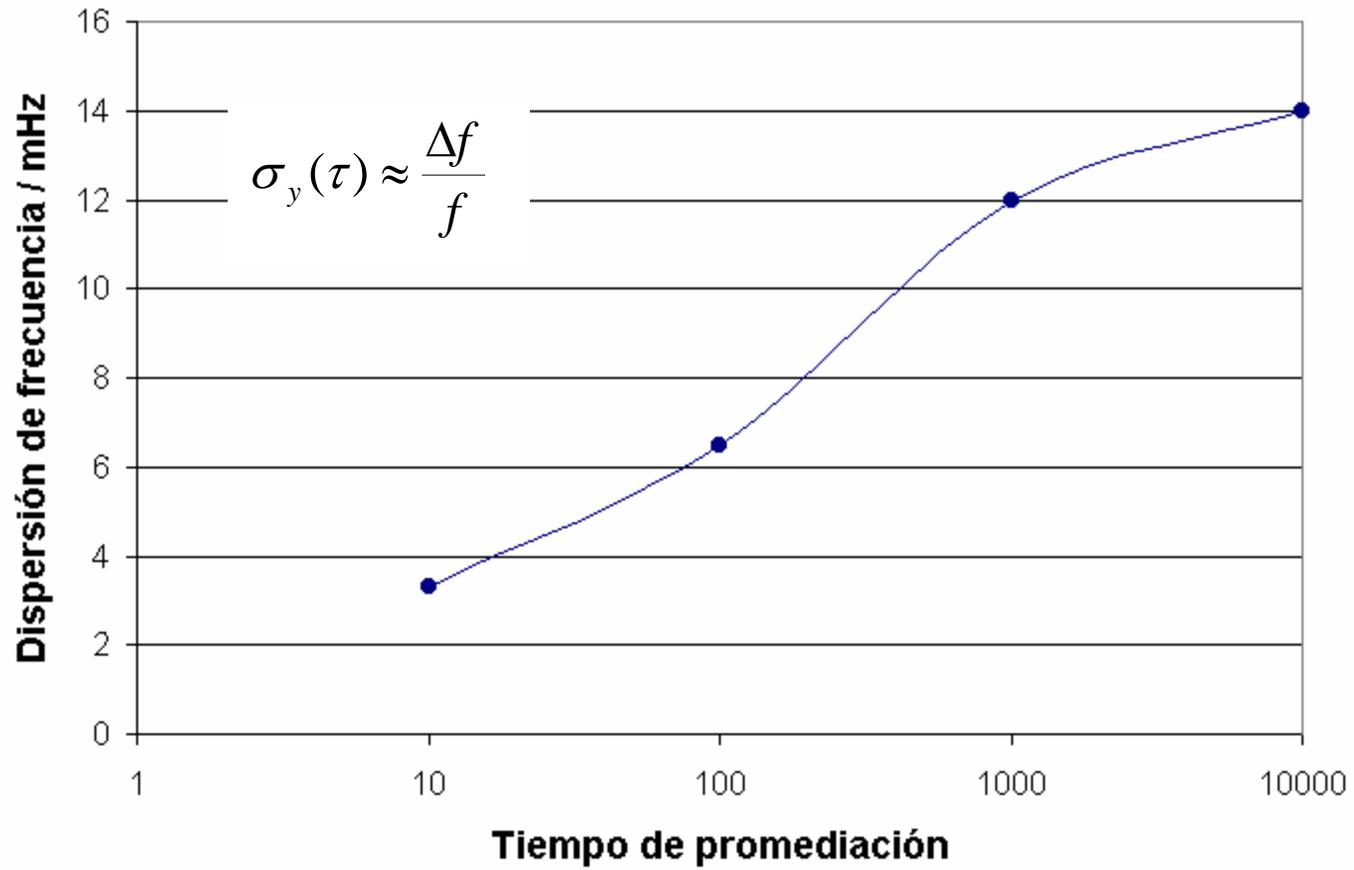
A continuación se estima la dispersión de frecuencia del oscilador utilizando la desviación de Allan como estimador.

RAÍZ DE LA VARIANZA DE ALLAN
FIGURA 3

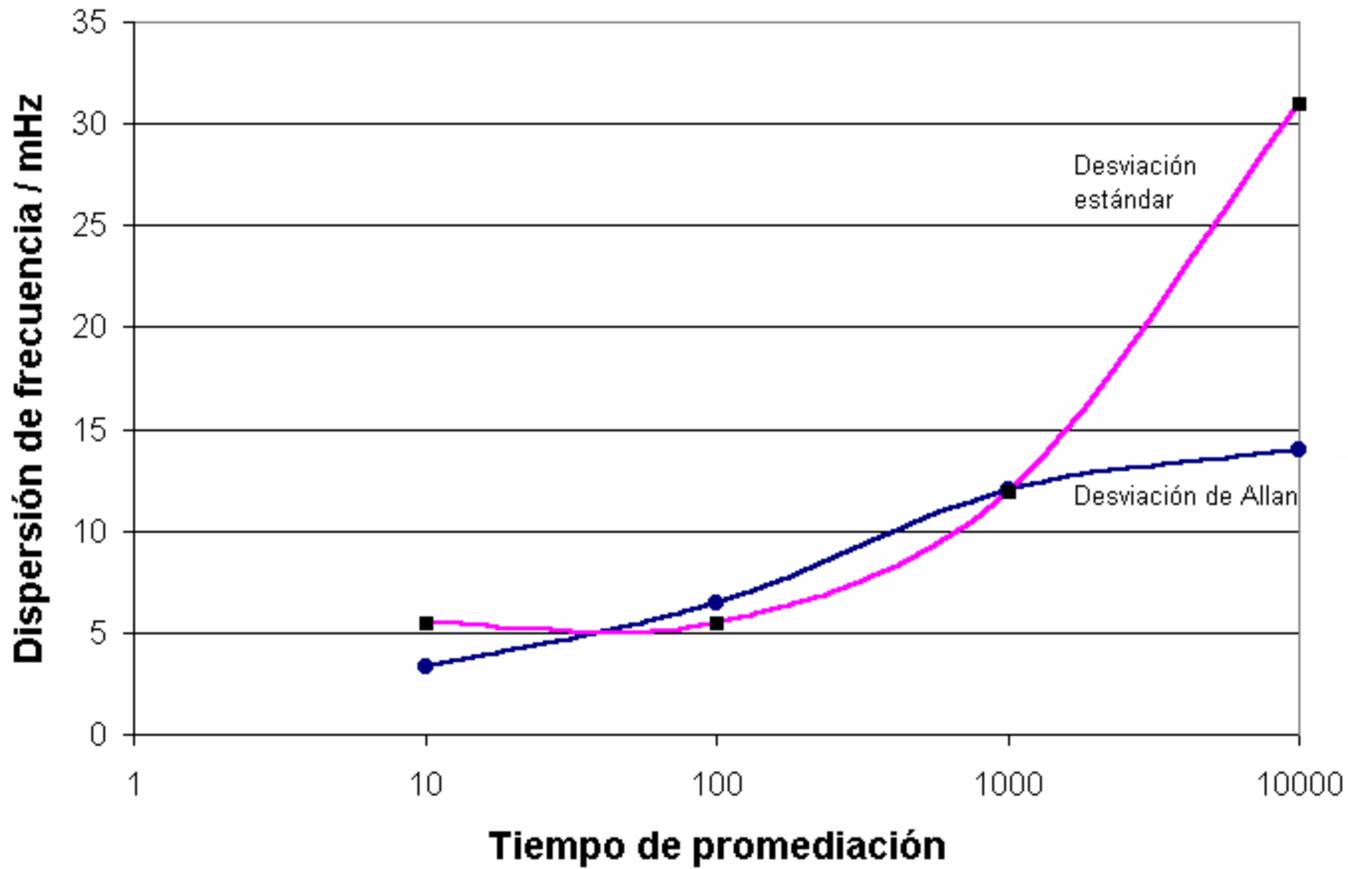


A diferencia de la desviación estándar, los valores de la desviación de Allan son independientes del tamaño de la muestra de mediciones. Más aún, son independientes del momento en que se toman las mediciones. Estas dos propiedades hacen de la desviación de Allan un estimador de la inestabilidad de frecuencia libre de ambigüedades.

Dispersión de Frecuencia



Desviación de Allan vs Desviación Estándar

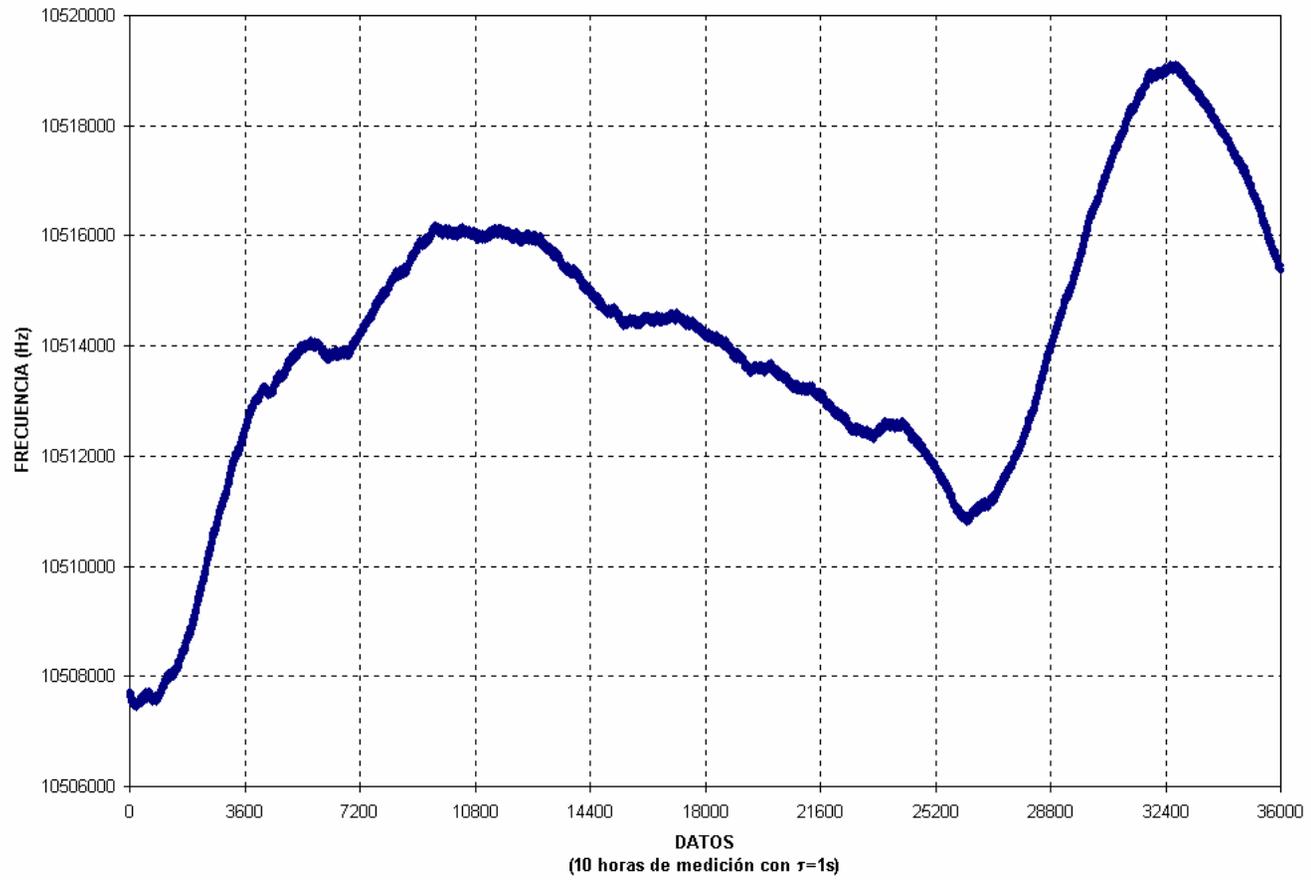


Comparación entre las estimaciones de dispersiones de frecuencias usando la desviación estándar y la desviación de Allan al mismo conjunto de mediciones.

Casos Peores

El siguiente conjunto de mediciones fueron adquiridas bajo el proceso de calibración de un oscilador, de manera que los datos mostrados pertenecen a un caso real. Debe notarse que, en el caso de que se tomen pocas mediciones (del orden de diez) para la estimación de la frecuencia media, el resultado dependerá fuertemente del momento en que se realiza la medición. Esta ambigüedad queda superada con la utilización de la varianza de Allan como estimador de la inestabilidad de frecuencias de un oscilador.

MEDICIONES DE FRECUENCIA
77-03-C.TXT



Conclusiones

La varianza estándar presenta inconsistencias en la medición de la estabilidad de osciladores

La varianza de Allan ofrece un método estandarizado para la medición de estabilidad de frecuencia de osciladores.

La caracterización de un oscilador usando la varianza de Allan está libre de inconsistencias.

Desviación de Allan

ó

Desviación de Estándar

por

J. Mauricio I...

División de T...

Centro N... Metrología

GRACIAS

